

## Formeln umstellen

Das Formelumstellen ist eine Sache, die man beherrschen sollte. Man ist dann in der Lage, aus einer bekannten Formel die anderen zu entwickeln, sprich abzuleiten. Man kann die Formeln natürlich auch auswendig lernen, aber wenn man das Umstellen beherrscht, geht es oft viel schneller – auch mit dem Verstehen.

Eine Formel hat immer 2 Seiten: die **vor** und die **hinter** dem Gleichheitszeichen =

- **Merke:** Beim Umstellen von Formeln angewandte Rechenoperationen müssen immer auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens getätigt werden.

Eine Formel besteht aus sogenannten Variablen (variabel = veränderlich). Dies können Buchstaben wie A, B, X, Y sein. Auch Symbole wie  $\mu$ ,  $\Omega$ ,  $\pi$  usw. kommen vor.

Eine Formel beschreibt eine bestimmte, mathematisch nachvollziehbare Gesetzmäßigkeit. Die Formel des **ohmschen Widerstandes**  $U = R \cdot I$  besagt nichts anderes aus, als daß U (Spannung) das Produkt aus R (Widerstand) und I (Strom) ist.

Die Variablen (Veränderlichen) stehen also für bestimmte Werte, die man in die Formel einsetzen kann, um ein gewünschtes Ergebnis zu errechnen. Hierbei kann es durchaus vorkommen, daß man zwar einige Werte kennt, die in die Formel eingesetzt werden können, aber diese reichen nicht aus, um zu einem Ergebnis zu kommen.

Nehmen wir die Formel  $U = R \cdot I$ . Nehmen wir weiterhin an, wir kennen die Werte für die Variable  $U = 6$  Volt und  $I = 2$  Ampere. Nun könnten wir diese Werte in die Formel einsetzen. Wir erhalten:  $6V = R \cdot 2A$ . In diesem Beispiel kann man sofort sehen und im Kopf ausrechnen, daß  $R = 3$  Ohm ( $\Omega$ ) sein muß. Natürlich sind die Zahlen nicht immer so einfach zu berechnen. Daher werden wir diese Formel jetzt **nach R umstellen**, also R auf einer Seite alleine isolieren.

- **Merke:** Beim Umstellen von Formeln sollte man sich zunächst ansehen und notieren, welche Werte man bereits kennt. In unsrem Beispiel:

$$U = R \cdot I \quad U = 6V \quad I = 2A \quad R = ? \Omega$$

Wir wollen also eine Formel erhalten, die so anfängt:  $R = x \cdot x \cdot x$  oder aufhört mit  $x \cdot x \cdot x = R$ . Die Formel enthält aber  $R \cdot I$  also eine Multiplikation.

Wir erinnern uns daran, daß wir R auch als Bruch, nämlich  $\frac{R}{1}$  schreiben können. Wäre

zum Beispiel  $R = 3$ , dann wäre  $\frac{R}{1} = \frac{3}{1} = 3$

Weiterhin ist klar, daß eine Zahl durch sich selbst dividiert immer 1 ergibt. Also bei  $R = 3$  ergäbe sich  $\frac{R}{R} = \frac{3}{3} = 1$

Wenn wir also in unserer obigen Formel R isolieren wollen, müssen wir durch  $I$  dividieren, und zwar auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens. Das sieht dann so aus:

$$\frac{U}{I} = \frac{R \cdot I}{I}, \text{ anders geschrieben } \frac{U}{I} = \frac{R}{1} \cdot \frac{I}{I}, \text{ das ist } \frac{U}{I} = \frac{R}{1} \cdot 1 \text{ bzw. } \frac{U}{I} = R$$

Nun wissen wir, wie wir R berechnen können. Also setzen wir unsere bekannten Werte von U und I in unsere neue Formel  $\frac{U}{I} = R$  ein:  $\frac{6}{2} = R$  und das heißt  $3 = R$

**Es gibt einige Rechenregeln für das Umstellen der Formeln, die man sich einprägen muß (hier die zunächst für uns wichtigsten):**

**Addition wird aufgelöst durch Subtraktion**  
**Multiplikation wird aufgelöst durch Division**  
**Quadratur wird aufgelöst durch Wurzel**

**Subtraktion wird aufgelöst durch Addition**  
**Division wird aufgelöst durch Multiplikation**  
**Wurzel wird aufgelöst durch Quadratur**

Ein weiteres Beispiel:

Die Leistungsformel für P lautet  $P = U \cdot I$  Leistung = Spannung (Volt) x Strom (Ampere)

Für den Wert U haben wir eben die Formel  $U = R \cdot I$  gesehen, also können wir auch wenn notwendig stellvertretend für U den Wert  $R \cdot I$  in die Leistungsformel „einbauen“.

Die Leistungsformel könnte man also genauso wie folgt schreiben:

$$P = (R \cdot I) \cdot I, \text{ dabei ist ja } I \cdot I = I^2 \text{ also } P = R \cdot I^2$$

Und noch ein Beispiel für unsere Funkpraxis. Es geht um den Widerstand von Drähten.

Die Widerstandsformel hierfür lautet  $R = \frac{\delta \cdot l}{A}$  ( $\delta = \rho$ )

bei  $\delta$  = spezifischer Widerstand des Materials, A = Drahtquerschnitt und l = Drahtlänge.

Nehmen wir einen Kupferdraht an, wir kennen:

spez. Widerstand  $\delta = 0,0178 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$  für Kupfer (steht auch in der Formelsammlung)

Länge l = 1,8 m

Durchmesser d = 0,2 mm

- **Merke:** Bei Formeln sollte man sich immer die Einheiten (m, mm<sup>2</sup> usw.) mit in die Formel schreiben, damit man das Ergebnis ebenfalls in der richtigen Einheit erhält.

Setzen wir die bekannten Werte in die Widerstandsformel ein:

$$R = \frac{0,0178 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} \cdot 1,8 \text{ m}}{A}$$

Nun müssen wir feststellen, daß wir nicht weiterrechnen können, weil wir die Variable A nicht kennen, den Drahtquerschnitt. Also bleibt uns nichts anderes übrig, als zuerst diesen Wert zu errechnen. Hierfür brauchen wir die Formel:

$$A_K = d^2 \cdot \frac{\pi}{4}$$

wobei d der Durchmesser des Drahtes ist, den wir ja kennen.

Also setzen wir den Wert ein und erhalten

$$A_K = (0,2 \text{ mm})^2 \cdot \frac{\pi}{4}$$

wobei  $\pi = 3,14$  ist, wir erhalten

$$A_K = (0,2 \text{ mm})^2 \cdot \frac{3,14}{4}$$

$(0,2\text{mm})^2$  ist  $0,04\text{mm}^2$ ,  $\pi$  ist  $3,14$ , also

$$A_K = 0,04 \text{ mm}^2 \cdot \frac{3,14}{4}$$

Zuerst den Bruch ausrechnen (= 0,785), dann mit  $0,04 \text{ mm}^2$  multiplizieren =  $0,0314 \text{ mm}^2$

Damit haben wir den Wert für A, den wir nun in die Widerstandsformel einsetzen können:

$$R = \frac{0,0178 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{m} \cdot 1,8 \text{ m}}{0,0314 \text{ mm}^2} = ?$$

**Unsere Taschenrechner unterstützen uns beim Quadrieren und Wurzelziehen. Wir brauchen lediglich die Zahl einzugeben (0,2) und die Taste  $X^2$  drücken. Gleiches gilt bei Wurzeloperationen, hier nehmen wir die Taste  $\sqrt{\quad}$**

Allerdings sieht diese Formel noch sehr unübersichtlich aus. Um uns die Sache zu vereinfachen, nun ein kurzer Exkurs ins Behandeln von Brüchen.

### Exkurs Bruchrechnen

Ein Bruch besteht immer aus dem über dem Bruchstrich stehenden Zähler und dem unter dem Bruchstrich stehenden Nenner. Alle Rechenoperationen müssen (wie beim Formelumstellen) **oben und unten** ausgeführt werden. Eben haben wir die Widerstandsformel bearbeitet:

$$R = \frac{0,0178 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{m} \cdot 1,8 \text{ m}}{0,0314 \text{ mm}^2} = ?$$

- **Merke:** Bei Formeln sollte man sich immer die Einheiten (m,  $\text{mm}^2$  usw.) mit in die Formel schreiben, damit man das Ergebnis ebenfalls in der richtigen Einheit erhält.

Obige Formel sieht nun „schaurig schön“ aus. Man sollte sich aber davon nicht ins Bockshorn jagen lassen. Wir werden diese Formel nun vereinfachen. Dazu muss man wissen, daß ein Bruch im Zähler eines Bruches „runtergezogen“ werden kann. Das heißt, aus obiger Formel wird:

$$R = \frac{0,0178 \Omega \cdot \text{mm}^2 \cdot 1,8 \text{ m}}{0,0314 \text{ mm}^2 \cdot m} = ?$$

Das sieht doch schon einfacher aus. Nun lassen sich wieder einige der Einheiten wegekürzen.

$$R = \frac{0,0178 \Omega \cdot 1,8}{0,0314} = 1,02 \Omega$$

Nebenbei: dies ist exakt eine der Aufgaben aus dem Prüfungsfragenkatalog. Und bitte keine Panik bekommen: Wenn Sie diese Grundregeln der Formelbehandlung verstanden haben, können Sie zusammen mit der Formelsammlung alle geforderten Rechnungen ohne Schwierigkeiten durchführen.

- **Merke:** Der **Kehrwert** eines Bruches, z.B.  $\frac{R}{2}$  ist  $\frac{2}{R}$

Der Kehrwert wird uns beim Berechnen von parallel geschalteten Bauteilen wieder begegnen. Aus diesem Grund hier nur kurz etwas dazu.

Nehmen wir eine bliebig Formel :

$$X = \frac{0,5 \text{ mm}^2}{0,2 \frac{\pi \cdot \text{mm}^2}{m} \cdot 2m} = ?$$

Nicht erschrecken, es sieht komplizierter aus als es ist. Um diese Formel zu vereinfachen, müssen wir den diesmal im Nenner stehenden Bruch  $\frac{\pi \cdot \text{mm}^2}{m}$  „raufziehen“. Und das funktioniert umgekehrt wie das „Runterziehen“ - mit dem Kehrwert des Bruches.

Der Kehrwert sieht so aus:  $\frac{m}{\pi \cdot \text{mm}^2}$

Ziehen wir diesen Teil nach oben ergibt sich:

$$X = \frac{0,5 \text{ mm}^2 \cdot m}{0,2 \pi \cdot \text{mm}^2 \cdot 2m} = ?$$

Und diese Formel können wir durch Wegkürzen wieder vereinfachen:

$$X = \frac{0,5}{0,2 \pi \cdot 2} = \frac{0,5}{1,256} = 0,398$$

## Wurzel und Quadratur

Nun müssen wir uns noch mit Wurzel und Quadrieren beschäftigen.

Schauen wir uns dazu noch einmal eine Formel an (hier die Formel für die Resonanzfrequenz), und stellen wir sie einmal um. Sie müssen noch nicht wissen, was die Resonanzfrequenz ist, es geht hierbei ausschließlich um die mathematische Behandlung bei der Umstellung von Formeln.

Die Formel für die Resonanzfrequenz lautet (in vereinfachter Form):

$$f_{res} = \frac{159,2}{\sqrt{L \cdot C}}$$

Wenn wir wissen wollen, wie sich L berechnet, müssen wir die Formel so umstellen, daß nur noch L auf einer Seite vom Gleichheitszeichen steht.

Umstellen bedeutet, daß Operationen durchgeführt werden müssen, die den von uns gewünschten Wert (hier L) isolieren. Hierbei ist aber sehr wichtig:

- **Merke:** Beim Umstellen von Formeln angewandte Rechenoperationen müssen immer auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens getätigt werden.

Dazu muß man auch wissen, dass Quadrieren durch Wurzelziehen und umgekehrt eine Wurzel durch Quadrieren aufgehoben wird. In unserem Fall müssen wir die Wurzel unter dem Bruchstrich auflösen. Dazu müssen wir **auf beiden Seiten und beim Bruch oben und unten** zunächst quadrieren:

$$f_{res}^2 = \frac{159^2}{L \cdot C}$$

Zu beachten ist, dass beim Quadrieren des Bruches sowohl über als auch unter dem Bruchstrich quadriert werden muss.

Nun müssen wir das L, das rechts im Nenner des Bruches steht (es wird also durch L dividiert) „nach oben“ bringen. Die Division durch L hebt sich durch Multiplikation mit L auf, also – und wie immer auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens mit L multiplizieren:

$$f^2 \cdot L = \frac{159,2^2}{C}$$

Jetzt habe ich L schon fast ganz isoliert. Die Multiplikation hebt sich durch Division auf, nun also Division durch  $f^2$ , damit aus  $f^2 \cdot L$  nur noch L wird:

$$L = \frac{159,2^2}{f^2 \cdot C}$$

Stellen wir nun die Resonanzformel auch nach C, um dann haben wir bereits drei Formeln, mit denen wir arbeiten können:

$$f = \frac{159,2}{\sqrt{L \cdot C}} \quad L = \frac{159,2^2}{f^2 \cdot C} \quad C = \frac{159,2^2}{f^2 \cdot L}$$

Das Prinzip der Formelumstellung ist also immer gleich und kein Hexenwerk.

\* \* \*